

Sorawlar dizimi

Qánigelik:	<u>Matematika</u>
Oqıw tili:	<u>Rus</u>
Kurs:	<u>3</u>
Semestr:	<u>5</u>
Pán:	Analizdiń standart emes máseleleri
Oqıw jılı:	<u>2024-2025</u>

Нестандартные вопросы анализа

1. Равноразмерная непрерывность и модуль непрерывности
2. Извлечение первой части функции и применение ее к расчету пределов
3. Формула Валлиса и примеры, ее связь с приложениями
4. Построение графиков функций
5. Неравенство Гельдера для конечных и бесконечных сумм
6. Неравенство Минковского для конечных и бесконечных сумм
7. Юнга неравенство
8. Риманова дзета-функция и простые числа
9. Формула Стирлинга и примеры, связанные с ее применением
10. Ряды асимптотической степени, свойства
11. Лагранжев метод условного экстремума
12. Геометрическая интерпретация метода Лагранжа
13. Полунепрерывные функции и их свойства
14. Скорость и принцип максимума выпуклой функции
15. Основные свойства и критерии выпуклых функций
16. Неравенство трансцендентности для выпуклых функций
17. Вычисление действительных характеристических интегралов с использованием вычетов
18. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

19. Используя метод математической индукции, докажите, что для

произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$$

20. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

21. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^n \cdot n^2 = (-1)^{n-1} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

22. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

23. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

24. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$$

25. Используя метод математической индукции, докажите, что для произвольного натурального числа n выполняется равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$$

26. $\int_0^T (gt + g_0) dt$ интеграл Пусть он вычисляется по определению.

27. Пусть он вычисляется по определению.

$$\int_0^1 e^x dx;$$

28. Пусть он вычисляется по определению. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx;$

29. Пусть он вычисляется по определению. $\int_0^x \cos t dt;$

30. Пусть он вычисляется по определению.

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2};$$

31. $[1,2]$ кесмани геометрик прогрессия ташкил қилувчи нуқталар ёрдамида бўлақларга ажратиб

32. Пусть интеграл $\int_1^2 x^3 dx$ вычисляется как предел интегральной суммы.

33. Пусть интеграл $\int_a^b \frac{dx}{x}$, $(0 < a < b)$ вычисляется как предел интегральной суммы.

34. Докажем, что всякая функция, монотонная в сечении, является целой в этом сечении.

35. Агар f функция $[0;1]$ кесмада узлуксиз ва мусбат бўлса, у ҳолда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{f\left(\frac{1}{n}\right)f\left(\frac{2}{n}\right) \cdots f\left(\frac{n}{n}\right)} = \exp\left(\int_0^1 \ln f(x) dx\right)$$

бўлиши исботлансин.

36. Докажем, что всякая функция, монотонная в сечении, является целой в этом сечении.

37. f функция $[a,b]$ кесмада узлуксиз дифференциалланувчи ва

$$\Delta_n = \int_a^b f(x) dx - \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right)$$

бўлсин. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \Delta_n$ ҳисоблансин.

38. Узилишга эга бўлган $f(x) = \operatorname{sign} \sin \frac{\pi}{x}$ функциянинг $[0,1]$

кесмаинтегрируемый в эканлиги исботлансин.

39. Этот

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b \frac{|x|}{x} dx$$

быть подсчитанным.

40. Этот

$$\int_0^{10\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$$

быть подсчитанным.

41. Этот $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$

быть подсчитанным

Вычислить интеграл.

42. Вычислить интеграл. $\int_{-1}^2 x^3 dx$

43. Вычислить интеграл. $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

44. Вычислить интеграл. $\int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx$

45. Вычислить интеграл. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 + x - 1) dx$

46. Вычислить интеграл. $\int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx$

47. Вычислить интеграл. $\int_0^{\pi} \sin x dx$

48. Вычислить интеграл. $\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$

49. Вычислить интеграл. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

50. Вычислить интеграл. $\int_{-\pi/4}^0 \frac{dx}{\cos^2 x}$

51. Вычислить интеграл. $\int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx$

52. Вычислить интеграл. $\int_1^2 e^x dx$

53. Вычислить интеграл. $\int_0^2 2^x dx$
54. Вычислить интеграл. $\int_2^4 \frac{dx}{x}$
55. Вычислить интеграл. $\int_1^2 \frac{dx}{2x-1}$
56. Вычислить интеграл. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6}$
57. Вычислить интеграл. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$
58. Вычислить интеграл. $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x}$
59. Вычислить интеграл. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx$
60. Вычислить интеграл. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$
61. Вычислить интеграл. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{tg}^4 x dx$
62. Вычислить интеграл. $\int_0^2 \operatorname{sh}^3 x dx$
63. Вычислить интеграл. $\int_0^1 \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$
64. Вычислить интеграл. $\int_3^4 \frac{x^2 + 3}{x - 2} dx$
65. Вычислить интеграл. $\int_{-2}^{-1} \frac{x+1}{x^2(x-1)} dx$
66. Вычислить интеграл. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2 - 2x - 8}$
67. Вычислить интеграл. $\int_0^2 \frac{2x-1}{2x+1} dx$
68. Вычислить интеграл. $\int_0^1 \frac{x^2 + 3x}{(x+1)(x^2+1)} dx$
69. Вычислить интеграл. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$

70. Вычислить интеграл. $\int_{3/4}^2 \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$

71. Вычислить интеграл. $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$

72. Вычислить интеграл. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$

73. Вычислить интеграл. $\int_0^1 x e^{-x} dx$

74. Вычислить интеграл. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}$

75. Вычислить интеграл. $\int_1^3 \ln x dx$

76. Вычислить интеграл. $\int_1^2 x \ln x dx$

77. Вычислить интеграл. $\int_0^{1/2} \arcsin x dx$

78. Вычислить интеграл. $\int_0^2 |1-x| dx$

79. Доказать неравенство. $\frac{1}{10\sqrt{2}} < \int_0^1 \frac{x^9}{\sqrt{1+x}} dx < \frac{1}{10}$

80. Доказать неравенство. $\frac{1}{20\sqrt[3]{2}} < \int_0^1 \frac{x^{19}}{\sqrt[3]{1+x^6}} dx < \frac{1}{20}$

81. Доказать неравенство. $0 < \int_0^{200} \frac{e^{-5x} dx}{x+20} < 0,01$

82. Доказать неравенство. $1 < \int_0^1 \frac{1+x^{20}}{1+x^{40}} dx < 1 + \frac{1}{42}$

83. Доказать неравенство. $1 - \frac{1}{n} < \int_0^1 e^{-x^n} dx < 1, \quad n > 1$

84. Доказать неравенство. $0 < \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x}{x} dx < \ln 3$

85. Доказать неравенство. $\sin 1 < \int_{-1}^1 \frac{\cos x}{1+x^2} dx < 2 \sin 1$

86. Доказать неравенство. $\frac{2}{\pi} \ln \frac{\pi+2}{2} < \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x(x+1)} dx < \ln \frac{\pi+2}{3}$

87. Доказать неравенство. $\frac{1}{8} < \frac{\pi}{6} \int_0^2 \frac{\sin \frac{\pi}{6}(x+1)}{(x+1)(3-x)} dx < \frac{1}{6}$

88. Доказать неравенство. $0,03 < \int_0^1 \frac{x^7}{(e^x + e^{-x})\sqrt{1+x^2}} dx < 0,05$

89. Вычислить интеграл. $\int_0^2 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{агап } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & \text{агап } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

90. Вычислить интеграл. $\int_0^1 f(x) dx$, $f(x) = \begin{cases} x, & \text{агап } 0 \leq x \leq t, \\ t \frac{1-x}{1-t}, & \text{агап } t < x \leq 1. \end{cases}$

91. Объясните, почему уравнение неверно. $\int_{-1}^1 \frac{d}{dx} \left(\arctg \frac{1}{x} \right) dx = \arctg \frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = \frac{\pi}{2}$

92. Объясните, почему уравнение неверно. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_{-1}^1 = 0$

93. Объясните, почему уравнение неверно. $\int_0^{2\pi} \frac{\sec^2 x dx}{2 + \tg^2 x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \arctg \frac{\tg^2 x}{\sqrt{2}} \Big|_{-1}^1 = 0$

94. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

95. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$$

96. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$$

97. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

98. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}} \quad (p > 0)$$

99. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{n}{n}} \right)$$

100. Рассчитать лимит. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x}$

101. Рассчитать лимит. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (\arctgt)^2 dt}{\sqrt{x^2 + 1}}$

102. Рассчитать лимит. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x e^{2t^2} dt}$

103. Рассчитать лимит. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\int_0^{\sin x} \sqrt{\operatorname{tg} t} dt}{\int_0^{\operatorname{tg} x} \sqrt{\sin t} dt}$

104. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt[3]{\sin x} dx$

105. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-\pi}^{\pi} e^{x^2} \sin x dx$

106. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos^2 x + x^2 \sin x) dx$

107. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-1}^1 \cos x \operatorname{th} x dx$

108. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-1}^1 (e^x + e^{-x}) \operatorname{tg} x dx$

109. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \left(x^2 \sin 5x + \cos \frac{x}{3} + \operatorname{tg}^3 x \right) dx$

110. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{2x^7 - x^5 + 2x^3 - x + 1}{\cos^2 x} dx$

111. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^2 e^{x^2} x dx$

112. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$

113. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$

114. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$

115. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$

116. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\pi/4} x \sin 2x dx$

117. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$

118. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^1 \arccos x dx$

119. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_1^3 \arctg \sqrt{x} dx$

120. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

121. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 1} dx$

122. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 - \sin x}$

123. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{3 + \cos x}$

124. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{3/4} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$

125. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_1^9 x \cdot \sqrt[3]{1-x} dx$

126. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_{-3}^{-2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

127. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^1 x^{15} \sqrt{1+3x^8} dx$

128. Рассчитать методами подстановки переменных и интегрирования

поштучно. $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$

129. Докажите $\int_0^{\pi/2} \cos^n x \sin nx dx = \frac{1}{2^{n+1}} \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{k}, n \in \mathbb{N}$

130. Докажите $\int_0^{\pi/2} \cos^n x \cos nx dx = \frac{\pi}{2^{n+1}}, n \in \mathbb{N}$

131. Давайте узнаем, какой из них больше: $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x} dx$ ёки $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$

132. Давайте узнаем, какой из них больше: $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ёки $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

133. Давайте узнаем, какой из них больше: $\int_0^1 e^{-x} \sin x dx$ ёки $\int_0^1 e^{-x^2} \sin x dx$

134. Давайте узнаем, какой из них больше: $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$ ёки $\int_1^2 \frac{dx}{x}$

135. Найти среднее значение данной функции на указанных интервалах.

$f(x) = x^2, [0, 1]$

136. Найти среднее значение данной функции на указанных интервалах.

$f(x) = \sqrt{x}, [0, 100]$

137. Найти среднее значение данной функции на указанных интервалах.

$f(x) = 10 + 2 \sin x + 3 \cos x, [0, 2\pi]$

138. Найти среднее значение данной функции на указанных интервалах.

$f(x) = \sin x \sin(x + \varphi), [0, 2\pi]$

139. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$

140. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(\frac{1}{n^2 + 1^2} + \frac{1}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{1}{2n^2} \right)$$

141. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

142. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n^4}}$$

143. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^3}{n^4} + \frac{2^3}{n^4} + \frac{3^3}{n^4} + \dots + \frac{(4n-1)^3}{n^4} \right)$$

144. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left(1 + \sqrt{\frac{n}{n+3}} + \sqrt{\frac{n}{n+6}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n+3(n-1)}} \right)$$

145. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right)$$

146. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\frac{1}{(n^2 + 1)^2} + \frac{1}{(n^2 + 2)^2} + \dots + \frac{1}{(n^2 + n)^2} \right)$$

147. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2 - 1^2}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - 2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n^2 - n^2}} \right)$$

148. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{n}{n}} \right)$$

149. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{4n}} + \frac{1}{\cos^2 \frac{2\pi}{4n}} + \frac{1}{\cos^2 \frac{3\pi}{4n}} + \dots + \frac{1}{\cos^2 \frac{n\pi}{4n}} \right)$$

150. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$$

151. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f \left(a + k \cdot \frac{b-a}{n} \right) \right], f(x) \text{ функция } [a, b] \text{ интегрируемый в}$$

152. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{\pi}{n^2} + \left(1 + \frac{2}{n} \right) \cdot \frac{2\pi}{n^2} + \dots + \left(1 + \frac{n}{n} \right) \cdot \frac{n\pi}{n^2} \right]$$

153. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} \cdot \left(\frac{1}{2 + \cos \frac{\pi}{n}} + \frac{1}{2 + \cos \frac{2\pi}{n}} + \dots + \frac{1}{2 + \cos \frac{n\pi}{n}} \right)$$

154. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(x + \frac{1}{n} \right) + \left(x + \frac{2}{n} \right) + \dots + \left(x + \frac{n}{n} \right) \right]$$

155. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(2^{\frac{1}{n}} + 2^{\frac{2}{n}} + \dots + 2^{\frac{n}{n}} \right)$$

156. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^{\frac{1}{n}}}{n+1} + \frac{2^{\frac{2}{n}}}{n+\frac{1}{2}} + \dots + \frac{2^{\frac{n}{n}}}{n+\frac{1}{n}} \right)$$

157. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2 + \cos \frac{k\pi}{n}}$$

158. Вычислите следующий предел, используя определенный интеграл

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}} \quad (p > 0)$$

159. Вычислить интеграл. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2\sin^2 x}$

160. Вычислить интеграл. $\int_0^1 x e^{-x} dx$

161. Вычислить интеграл. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}$

162. Вычислить интеграл. $\int_1^3 \ln x dx$

163. Вычислить интеграл. $\int_1^2 x \ln x dx$

164. Вычислить интеграл. $\int_0^{1/2} \arcsin x dx$

165. Вычислить интеграл. $\int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$

166. Вычислить интеграл. $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$

167. Вычислить интеграл. $\int_0^e \sin \ln x dx$

168. Вычислить интеграл. $\int_0^2 |1 - x| dx$

169. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(n + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}$

170. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-5)}$$

171. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$$

172. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an}{n+2} \right)^n, \quad a > 0$$

173. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$$

174. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2+4n+5}$$

175. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

176. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! a^n}{n^n}, \quad a \neq e, \quad a > 0$$

177. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{n^\alpha} - 1$$

178. Проверьте следующий ряд на сходимость, используя знаки Коши и

Даламбера.
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

179. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = 3x - x^3$$

180. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = 8x^3 - x^4$$

181. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = x^3 - 3x + 5$$

182. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = x(1 + 2\sqrt{x})$$

183. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = e^{kx}$$

184. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = x |x|$$

185. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}$$

186. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = |x|^3$$

187. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

188. Найдите возрастающий и убывающий интервалы следующей функции.

$$f(x) = \cos x - x$$

189. Докажите следующее неравенство

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad (x > 0)$$

190. Докажите следующее неравенство

$$2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x} \quad (x > 1)$$

191. Докажите следующее неравенство $(1 + x)^\alpha \geq 1 + \alpha x$ ($x \geq -1$, $\alpha > 1$)

192. Докажите следующее неравенство $e^x \geq 1 + x$

193. Докажите следующее неравенство $\ln(1+x) > \frac{x}{x+1}$ ($x > 0$)

194. Докажите следующее неравенство $1 - 2\ln x \leq \frac{1}{x^2}$ ($x > 0$)

195. Докажите следующее неравенство $(a+b)^\alpha \leq a^\alpha + b^\alpha$ ($0 \leq \alpha \leq 1$)

196. Докажите следующее неравенство $\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{y} \leq \sqrt[n]{x-y}$ ($x \geq y \geq 0$.)

197. Докажите следующее неравенство $\left(\frac{x+y}{2}\right)^n \leq \frac{x^n + y^n}{2}$

($x \geq 0, y \geq 0, n \in \mathbb{N}$)

198. Докажите следующее неравенство $\frac{x-y}{x} < \ln \frac{x}{y} < \frac{x-y}{y}$ ($x > y > 0$)

Kafedra başlığı:

Kurbanov B

Pán oqıtıwshısı:

Qutlımuratov B